Ejercicios resueltos:

Tomando como base el ***Formulario 1*** y los ***Considerandos***, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

1. El único electrón de un átomo hidrogenoide tiene una energía potencial de –17.4638x10^{-18} [J] cuando se encuentra en una órbita en la que se ejerce sobre él una fuerza eléctrica de –94.2925x10^{-9} [N]. Determine de qué elemento es el átomo.

Resolución:

- En este ejercicio, se proporciona la energía potencial E_P, y la fuerza eléctrica F_e, que se ejerce sobre un electrón y se pide determinar a que elemento pertenece el átomo; sin embargo, en el ***Formulario 1*** el único parámetro que permite determinar a qué elemento pertenece un átomo, es el número atómico; entonces, considerando **I**, **II**, **III** y **IV**, se tendrían los datos siguientes:

  m = 9.1095 x 10^{-31} [kg]

  e = 1.6022 x 10^{-19} [C]

  c = 2.9979 x 10^{8} [m·s^{-1}]

  k = 9 x 10^{9} [N·m^{2}·C^{-2}]

  h = 6.62617 x 10^{-34} [J·s]

  R_B = 5.2917 x 10^{-11} [m]

  R_H = 1.09737 x 10^{7} [m^{-1}]

  E_P = -17.4638 x 10^{-18} [J]

  $F_e = F_c$ = -94.2925 x 10^{-9} [N]

  Z = **?**

- Si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el ***Formulario 1*** quedaría como sigue:

1	$F_e = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r^2}$	**5**	$E_P = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r}$	**9**	$r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$
2	$F_c = -\dfrac{m \cdot v^2}{r}$	**6**	$E_T = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{2 \cdot r}$	**10**	$\dfrac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$
3	$\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r} = m \cdot v^2$	**7**	$m \cdot v \cdot r = \dfrac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	**11**	$f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$
4	$E_C = \dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{2 \cdot r}$	**8**	$v = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot k}{n \cdot h}$	**12**	$E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$

- Primeramente, considerando **VII-iii**; se combinan las expresiones **1** y **5** para obtener una expresión en la cual la única incógnita sería Z, como se muestra esquemáticamente a continuación:

1 $F_e = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r^2}$ **5** $E_P = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r}$	$\Bigg\} \quad F_e = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{\left(-\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{E_P}\right)^2} \quad \Longrightarrow \quad Z = -\dfrac{E_P^2}{F_e \cdot e^2 \cdot k}$

$$Z = 14 \quad \Longrightarrow \quad El\ átomo\ es\ de\ silicio$$

---

2. El único electrón del ion X[7+], se encuentra inicialmente en una órbita donde su velocidad es 21,88x10[5] [m/s]. Determine el valor de la órbita final, cuando el radio de ésta disminuye a una cuarta parte del radio inicial.

Resolución:

- En este ejercicio, se proporciona la velocidad v_a, que tiene un electrón en cierta órbita, pero se supone que el electrón salta a otra órbita de menor radio; es decir, pasa de una órbita de mayor energía n_a, a una de menor energía n_b, y precisamente se pide determinar el valor de ésta última. Cabe mencionar que también se proporciona, aunque de forma indirecta, el número atómico Z; así que, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

m = 9.1095 x 10^{-31} [kg]	R_B = 5.2917 x 10^{-11} [m]
e = 1.6022 x 10^{-19} [C]	R_H = 1.09737 x 10^{7} [m^{-1}]
c = 2.9979 x 10^{8} [$m \cdot s^{-1}$]	v_a = 21.88 x 10^{5} [$m \cdot s^{-1}$]
k = 9 x 10^{9} [$N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$]	Z = 8
h = 6.62617 x 10^{-34} [J·s]	n_b = **?**

- Si se trabaja con los datos de la órbita de alta energía, denotando en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el ***Formulario 1*** quedaría como sigue:

1 $F_e = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r^2}$	**5** $E_P = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r}$	**9** $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$
2 $F_c = -\dfrac{m \cdot v^2}{r}$	**6** $E_T = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{2 \cdot r}$	**13** $\dfrac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$
3 $\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r} = m \cdot v^2$	**7** $m \cdot v \cdot r = \dfrac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	**14** $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$
4 $E_C = \dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{2 \cdot r}$	**8** $v = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot k}{n \cdot h}$	**15** $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$

- Considerando **VII-ii**; se emplea la expresión **3** para determinar el radio de la órbita de alta energía r_a, mismo que se divide entre cuatro para obtener el radio de la órbita de baja energía r_b; de tal forma, que esquemáticamente quedaría de la forma siguiente:

3 $$\frac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r_a} = m \cdot v_a^2 \quad \Longrightarrow \quad r_a = \frac{Z \cdot e^2 \cdot k}{m \cdot v_a^2} = 4.2381\ x\ 10^{-10}[m]$$

$$r_b = \frac{r_a}{4} = 1.0595\ x\ 10^{-10}\ [m]$$

- Ya conociendo el radio de la órbita de baja energía, se emplea la expresión **9** para determinar la órbita de baja energía, como se muestra esquemáticamente a continuación:

9 $$r_b = R_B \cdot n_b^2 \cdot Z^{-1} \quad \Longrightarrow \quad n_b = \sqrt{\frac{r_b \cdot Z}{R_B}}$$

$$n_b = 4$$

---

3. El único electrón de un ion hidrogenoide de Ti^{21+} salta de una órbita con radio de $6.0133X10^{-11}$ [m] a otra con radio de $9.6214X10^{-12}$ [m]. Calcule la longitud de onda de la radiación electromagnética que se emite e indique la zona del espectro electromagnético en la que se ubica.

Resolución:

- En este ejercicio, se indica que un electrón salta de una órbita de alta energía a una órbita de baja energía cuyos radios se proporcionan (r_a y r_b, respectivamente), y se pide determinar la longitud de onda del fotón λ; cabe mencionar que también se proporciona, aunque de forma indirecta, el número atómico Z; así que, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

m = 9.1095 x 10^{-31} [kg]	R_H = 1.09737 x 10^{7} [m^{-1}]
e = 1.6022 x 10^{-19} [C]	r_a = 6.0133 x 10^{-11} [m]
c = 2.9979 x 10^{8} [$m \cdot s^{-1}$]	r_b = 9.6214 x 10^{-12} [m]
k = 9 x 10^{9} [$N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$]	Z = 22
h = 6.62617 x 10^{-34} [J·s]	λ = **?**
R_B = 5.2917 x 10^{-11} [m]	

- Como se tiene el número atómico y el radio de cada órbita, se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, quedando el ***Formulario 5*** como sigue:

1 $F_e = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r^2}$	**5** $E_P = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r}$	**9** $r = R_B \cdot n^2 \cdot Z^{-1}$
2 $F_c = -\dfrac{m \cdot v^2}{r}$	**6** $E_T = -\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{2 \cdot r}$	**10** $\dfrac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$
3 $\dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{r} = m \cdot v^2$	**7** $m \cdot v \cdot r = \dfrac{n \cdot h}{2 \cdot \pi}$	**11** $f = R_H \cdot Z^2 \cdot c \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$
4 $E_C = \dfrac{Z \cdot e^2 \cdot k}{2 \cdot r}$	**8** $v = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot Z \cdot e^2 \cdot k}{n \cdot h}$	**12** $E_F = R_H \cdot Z^2 \cdot h \cdot c \cdot \left(\dfrac{1}{n_b^2} - \dfrac{1}{n_a^2}\right)$

- Como se observa, la expresión **10** es la única que contiene la longitud de onda del fotón, pero para obtenerla se requiere determinar previamente los valores de n_a y n_b; para ello, se considera **VIII** y **VII-ii**; por lo cual, se emplea la expresión **9** para obtener dichos valores, a partir de su correspondiente radio; posteriormente se emplea la expresión **10**, como se muestra esquemáticamente a continuación:

9 $$r_a = R_B \cdot n_a^2 \cdot Z^{-1} \quad \Longrightarrow \quad n_a = \sqrt{\frac{r_a \cdot Z}{R_B}} = 5$$

9 $$r_b = R_B \cdot n_b^2 \cdot Z^{-1} \quad \Longrightarrow \quad n_b = \sqrt{\frac{r_b \cdot Z}{R_B}} = 2$$

10 $$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2}\right) \quad \Longrightarrow \quad \lambda = \left(R_H \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{1}{n_b^2} - \frac{1}{n_a^2}\right)\right)^{-1}$$

$$\lambda = 8.9656 \ x \ 10^{-10} [m]$$